Université de Technologie de Compiègne

Modélisation stochastique en mécanique

Introduction et motivations

Comprendre les incertitudes pour décider en mécanique

Master Structures et Systèmes Mécaniques Complexes (SMC)

Mokhtar Z. Alaya et Salim Bouzebda

Les intervenants

Mokhtar Z. Alaya

Maître de conférences

https://mzalaya.github.io/

Salim Bouzebda

Professeur des universités

https://bouzebda.github.io/

Laboratoire de mathématiques appliquées de Compiègne — LMAC

Quatre séances de 4 heures

Une séance par chapitre · 4 séances, soit 16 heures au total

2 h 30 de cours	1 h 30 de TD
Mécanismes, modèles, résultats et illustrations	Calculs, hypothèses et interprétation

10 h de cours + 6 h de TD

Les ressources du cours

Les supports seront disponibles sur le site de Mokhtar Z. Alaya.

Polycopié et présentations

Feuilles de TD et corrections

Illustrations, données et notebooks



Page Teaching

https://mzalaya.github.io/teaching/smc2.html

La finalité : argumenter une décision mécanique

Quelle sécurité et quel service attendre d'un système réel ?

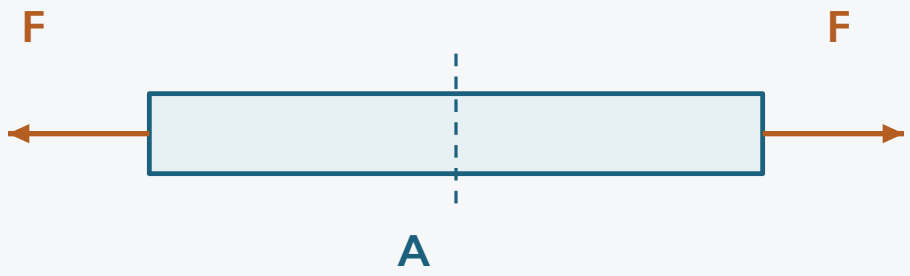
Dimensionner	Choisir une section pour limiter le risque de rupture.
Identifier	Exploiter des essais pour prévoir une réponse mécanique.
Maintenir le service	Comprendre les vibrations, les pannes et les réparations.

Quantifier l'incertitude et choisir un indicateur adapté à la décision.

Que signifie « stochastique » ?

Même barre, même section : la force change d'une épreuve à l'autre.

Traction — A = 100 mm²



Trois réalisations illustratives

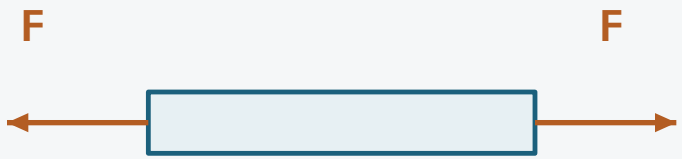
Essai 1	18 kN	→ 180 MPa
Essai 2	20 kN	→ 200 MPa
Essai 3	22 kN	→ 220 MPa

Une réalisation fournit une valeur. La loi décrit la répartition des valeurs possibles.

Une valeur, un profil, une trajectoire

Le sens de l'indice change. Chaque réalisation reste un objet complet.

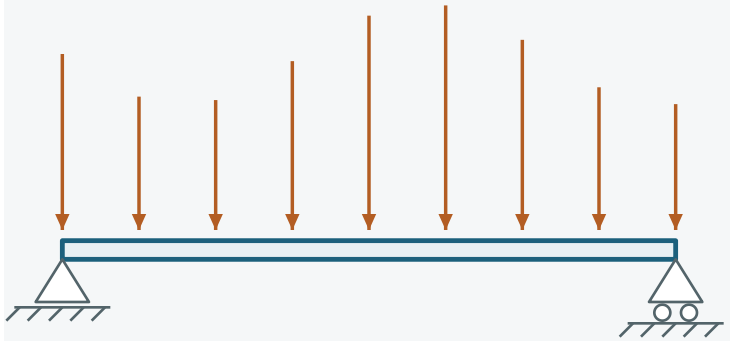
Une force F



F = 800 N

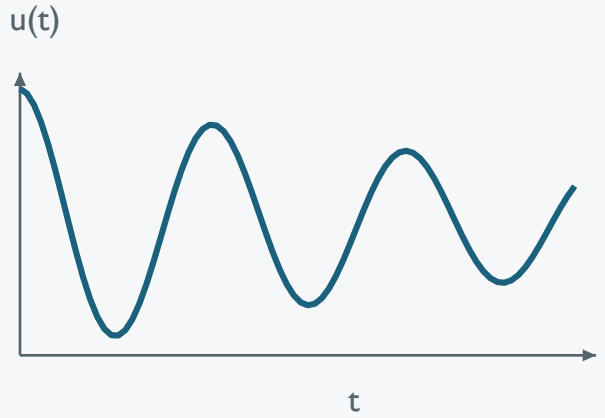
Un nombre par réalisation

Une charge q(s)



Un profil par réalisation

Un déplacement u(t)



Une trajectoire par réalisation

Nombre, profil spatial et trajectoire temporelle répondent à des questions différentes.

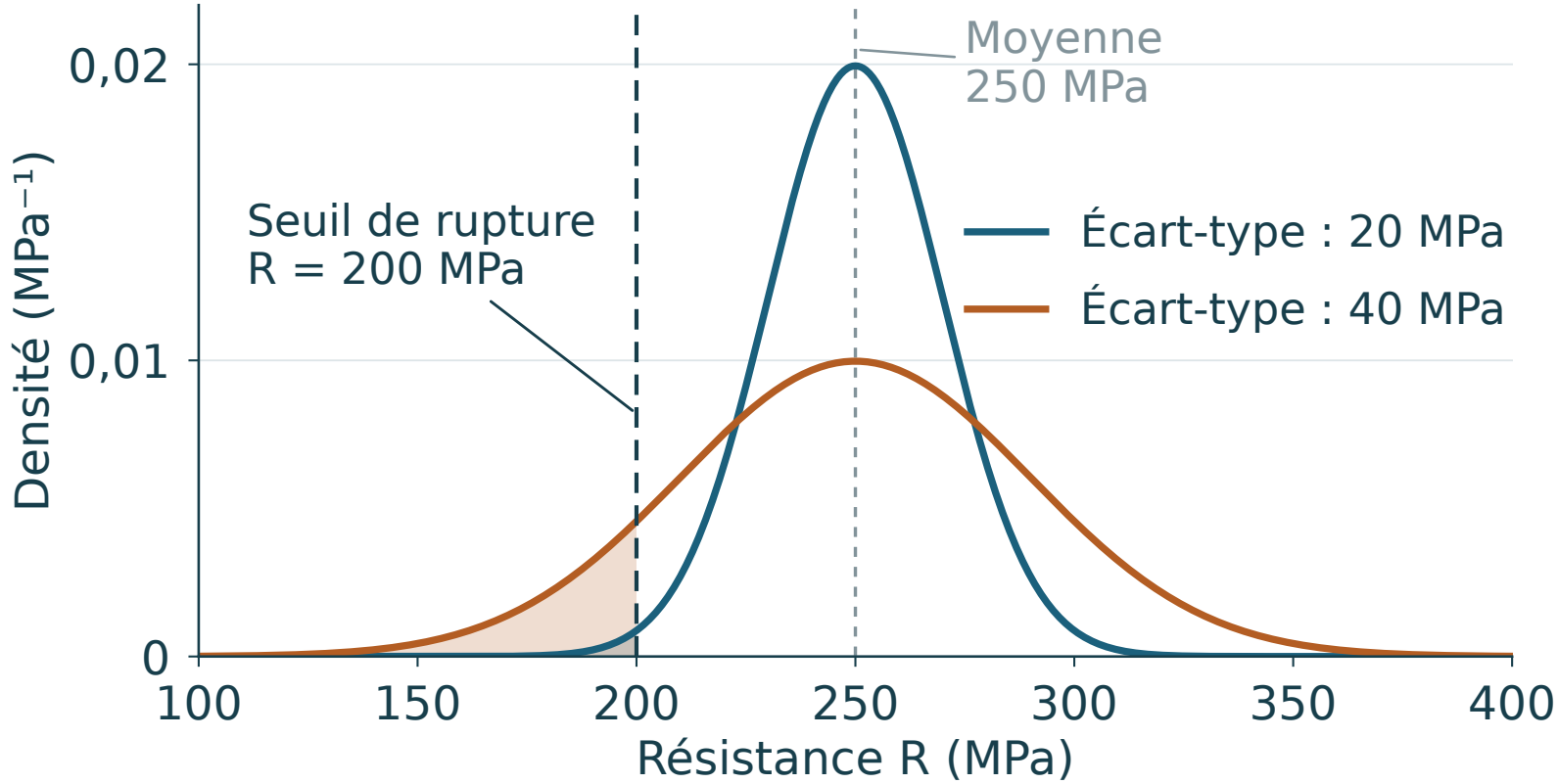
Identifier ce qui varie et ce qui reste à connaître

Variabilité physique	Les charges ou les propriétés diffèrent entre pièces ou entre utilisations.
Connaissance du modèle	Des essais limités laissent des coefficients ou une fonction de réponse imparfaitement connus.
Précision du calcul	Un nombre fini de simulations et un pas de temps introduisent leurs propres erreurs.

Un nouvel essai, davantage de simulations et un pas plus fin ont des effets différents.

Une même moyenne peut cacher des risques différents

Deux résistances normales de moyenne 250 MPa et une sollicitation fixée à 200 MPa.



Écart-type : 20 MPa

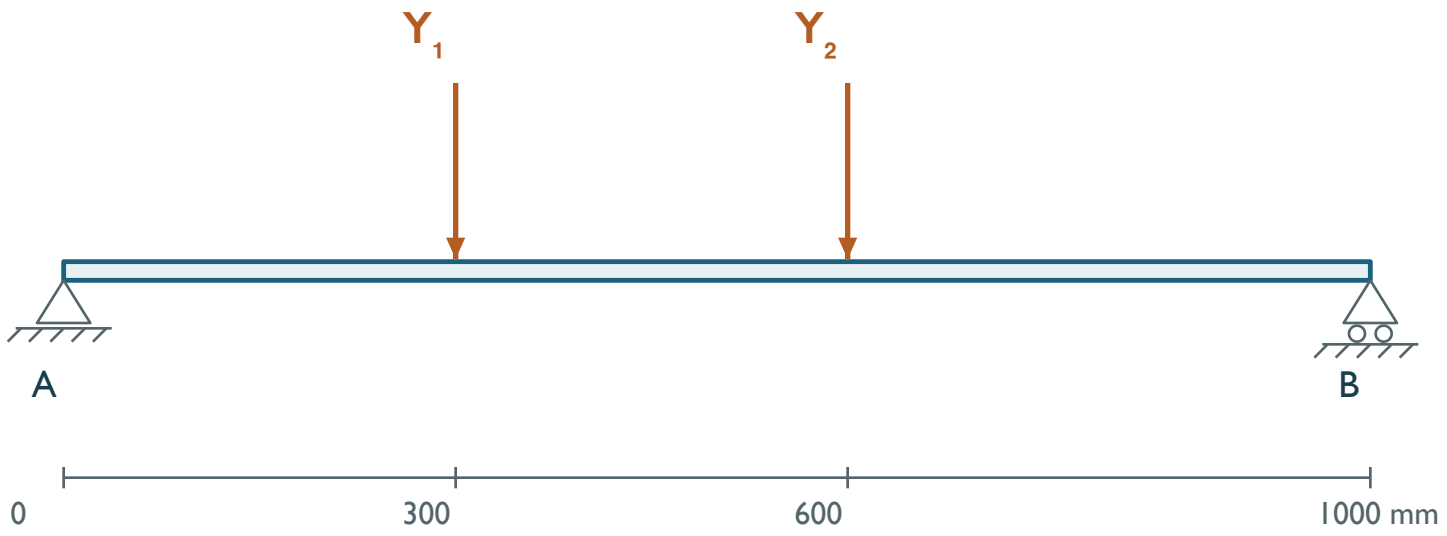
Risque : 0,62 %

Écart-type : 40 MPa

Risque : 10,56 %

La poutre, un cas de référence commun

Une géométrie unique pour relier calcul de risque, apprentissage et champs.



Trois lectures du modèle

1. Propager les charges
2. Apprendre la réponse
3. Répartir le chargement

Charges → moments → contrainte maximale → comparaison au seuil.

Une progression mécanique commune

1. Réponse connue : calculer une probabilité de rupture.
2. Réponse apprise : prédire à partir de quelques essais.
3. Charge répartie : décrire un champ et sa covariance.
4. Évolution dans le temps : vibration, panne et réparation.

Pourquoi introduire un nouvel outil ?

1 → 2 — **La réponse doit être identifiée ou coûte cher à calculer**

Essais ou calculs → apprentissage d'une approximation et validation.

2 → 3 — **Le chargement devient un profil spatial**

Charges ponctuelles → champ de charge et covariance.

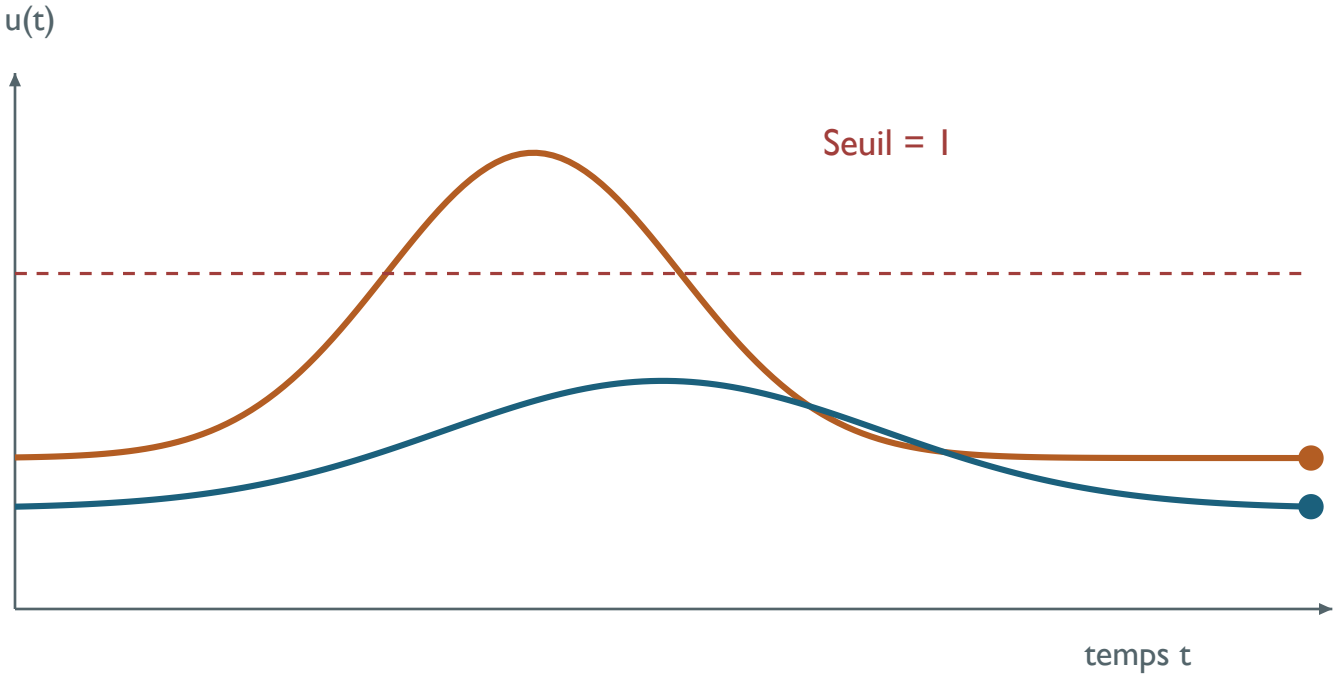
3 → 4 — **Les fluctuations agissent pendant une mission**

Fluctuations temporelles → dynamique d'un état et service rendu.

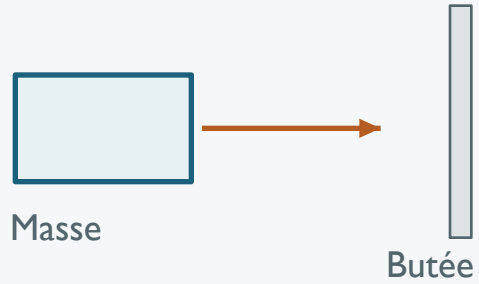
Le mécanisme et l'information disponible motivent le choix de l'outil.

Une date ne résume pas une mission

Observer u(T) ne suffit pas à savoir si la butée a été touchée auparavant.



Lecture mécanique



À T : deux états admissibles.

Sur la mission : un dépassement.

Un retour sous le seuil n'efface pas un franchissement antérieur.

Ce que vous saurez faire à la fin du cours

1. Formuler un critère mécanique, ses unités et ses hypothèses.
2. Choisir une loi, un champ ou un processus adapté au phénomène.
3. Calculer ou apprendre une réponse et apprécier sa précision.
4. Interpréter un risque ou une disponibilité pour justifier un choix.