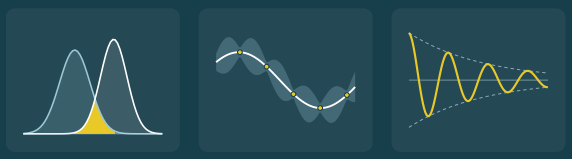
UNIVERSITÉ DE TECHNOLOGIE DE COMPIÈGNE

Master Structures et systèmes mécaniques complexes (SMC)

Modélisation stochastique en mécanique

Fiabilité, Apprentissage et Dynamique



Mokhtar Z. Alaya et Salim Bouzebda

16 h sur quatre semaines : quatre séances de 4 h. Chaque séance comprend **2h30 de cours et 1h30 de TD**, soit **10h de cours et 6h de TD** au total.

Objectifs d'apprentissage

- Formuler un état limite, propager les incertitudes et estimer une probabilité de défaillance.
- Identifier une réponse mécanique par régression et interpréter une prédiction par processus gaussien.
- Caractériser un champ aléatoire et relier marche aléatoire, mouvement brownien et diffusion.
- Modéliser les vibrations aléatoires et les pannes/réparations ; distinguer fiabilité et disponibilité.

Prérequis

Statique des poutres, traction, flexion et oscillateur masse–ressort–amortisseur ; calcul différentiel et intégral, équations différentielles linéaires, algèbre matricielle ; lois de probabilité usuelles, espérance, variance et indépendance.

Planning et contenu des quatre chapitres

Un chapitre par semaine, dans l'ordre 1 à 4 : 2 h 30 de cours + 1 h 30 de TD par séance.

SEMAINE 1

Chapitre 1 – Fiabilité et dimensionnement des structures

Question mécanique. *Comment dimensionner une barre ou une poutre soumise à des charges aléatoires ?*

- Résistance–sollicitation : variables aléatoires, lois, marge de sécurité et indice de fiabilité.
- Poutres sous charges corrélées : équilibre, vecteurs gaussiens et propagation des moyennes et covariances.
- Probabilité de défaillance : estimation Monte-Carlo, précision et événements rares.

TD Calcul de rupture ; réactions, moments et contraintes d'une poutre sous charges aléatoires.

SEMAINE 2

Chapitre 2 – Apprentissage statistique pour la mécanique

Question mécanique. *Comment prédire une réponse mécanique à partir de quelques essais, et quantifier l'incertitude ?*

- Identification mécanique : moindres carrés, identifiabilité des coefficients et régularisation ridge.
- Processus gaussiens : noyaux, conditionnement, moyenne et variance de prédiction.
- Validation d'un substitut : bruit, domaine de validité, extrapolation et application à la poutre.

TD Identification de coefficients mécaniques ; prédiction gaussienne à une observation.

SEMAINE 3

Chapitre 3 – Champs aléatoires et diffusion

Question mécanique. *Comment une charge répartie fluctuante sollicite-t-elle une poutre, et comment décrire un transport diffusif ?*

- Processus et champs : réalisations, moyenne, covariance, stationnarité et longueur de corrélation.
- Poutre encastrée-libre : transmission d'une charge aléatoire aux statistiques du moment.
- Marche aléatoire et bilan de particules : loi de Fick, mouvement brownien et diffusion avec dérive.

TD Poutre à une extrémité libre ; bilan de particules et loi de Fick.

SEMAINE 4

Chapitre 4 – Dynamique stochastique et systèmes réparables

Question mécanique. *Comment l'aléa affecte-t-il les vibrations et la disponibilité d'un système réparable ?*

- Oscillateur à bruit multiplicatif : équation stochastique, Euler–Maruyama, moments et énergie.
- Chaînes de Markov : états, taux de panne/réparation et générateur.
- Fiabilité, disponibilité et temps moyen avant première défaillance ; effet des réparateurs.

TD Oscillateur électrique bruité ; système k-sur-n :F.